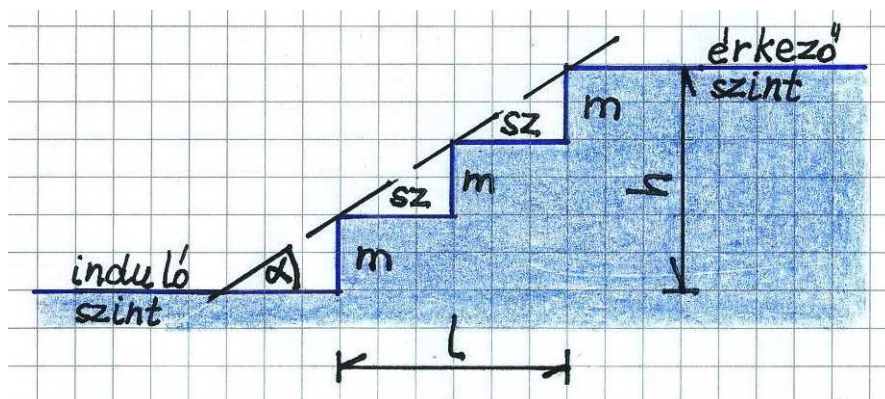


Lépcsőzés

A lépcsőszámítás nem feltétlenül slágertéma a szakiskolai szakmai számítási feladatok között. Minthogy a szaktanárnak nem könnyű a dolga – ez ügyben sem –, ezért most egy idevágó kérdés - sort veszünk elő. Ehhez tekintsük az 1. ábrát is!



1. ábra

Ennek alapján felírható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{sz} \rightarrow m = \operatorname{tg} \alpha \cdot sz, \quad (1)$$

ahol – [1] – :

~ α : a lépcső hajlása;

~ $\operatorname{tg} \alpha$: a lépcső meredeksége;

~ sz : a lépcsőfok szélessége / belépési szélesség;

~ m : a fellépés magassága.

Az átlagos emberi lépéshosszat 63 cm - re véve, egy tapasztalati képlettel – [2] – :

$$2 \cdot m + sz = 63 \text{ (cm)}. \quad (2)$$

Most (1) és (2) - vel:

$$2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot sz + sz = 63 \text{ (cm)},$$

innen:

$$sz \cdot (1 + 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) = 63 \text{ (cm)},$$

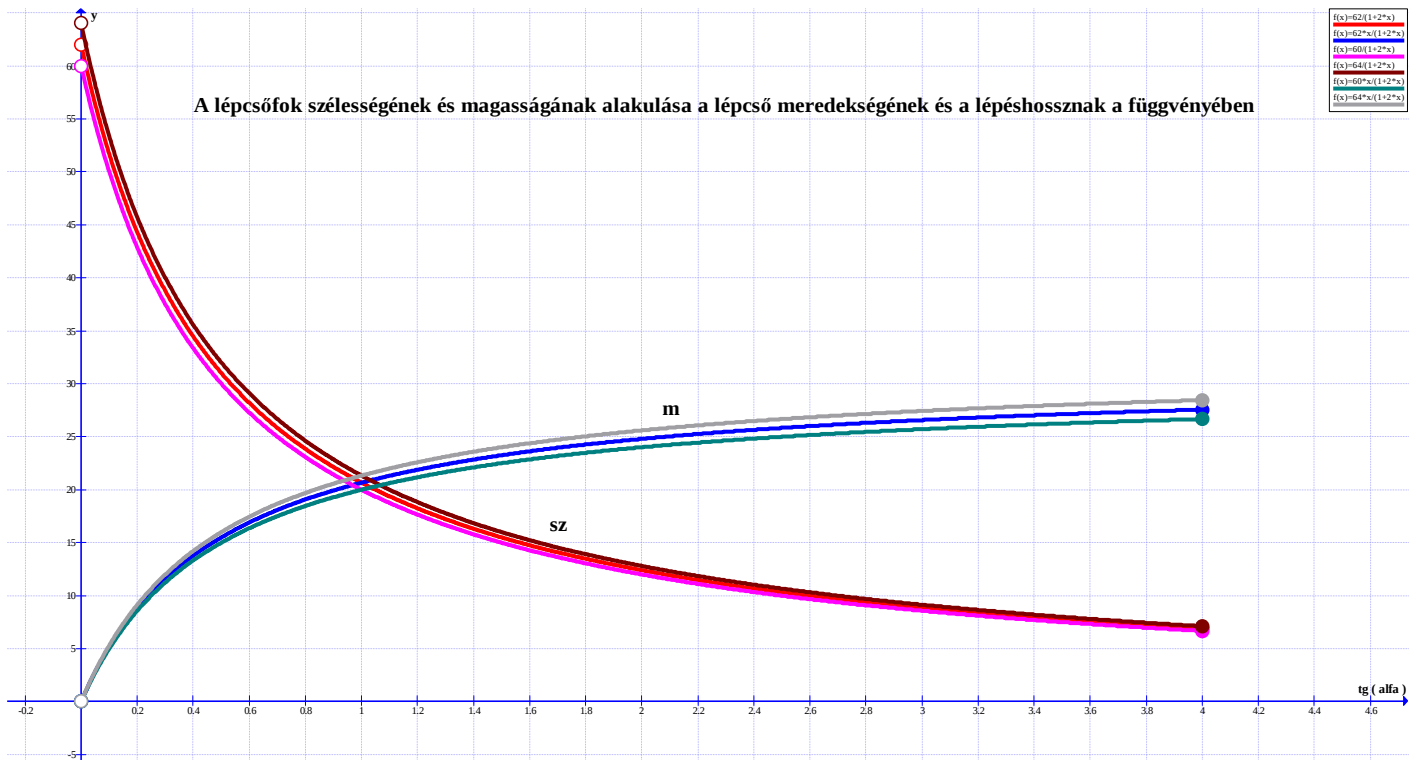
ebből pedig:

$$sz = \frac{63 \text{ (cm)}}{1 + 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}. \quad (3)$$

Majd (1) és (3) - mal:

$$m = \frac{63 \text{ (cm)} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 + 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}. \quad (4)$$

A (3) és (4) képletek egy adott esetben akár közvetlenül is alkalmazhatók. Szemléltetésük a **Graph** szoftverrel az alábbi – 2. ábra – :



2. ábra

Itt paraméterként az átlagos lépéshossz 60 cm, 62 cm és 64 cm - es értékeivel dolgoztunk, független változóként a lépcső meredekségét véve.

Ahogy körülírták [1] - ben, általában felírhatók még a következő korlátozások is:

$$\left. \begin{array}{l} 24 \text{ (cm)} \leq sz \leq 30 \text{ (cm)} , \\ 15 \text{ (cm)} \leq m \leq 20 \text{ (cm)} . \end{array} \right\} \quad (5)$$

Megjegyezzük, hogy [3] - ban olvashatók még a következő szabályok is, az itteni jelölésekkel:

$$\left. \begin{array}{l} sz + m = 46 \text{ (cm)} , \\ sz - m = 12 \text{ (cm)} . \end{array} \right\} \quad (6)$$

Ezek közül az elsőt *biztonsági* - , a másodikat *kényelmi szabály*ként említik.

Ha a (6) feltételeket egyidejűleg akarjuk kielégíteni, akkor a (6) egyenletrendszer megoldásából kapjuk, hogy

$$\left. \begin{aligned} sz^* &= 29 \text{ (cm)} , \\ m^* &= 17 \text{ (cm)} , \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

amely eredmények kielégítik a (2) egyenletet és az (5) feltételeket is.
Az látható, hogy a (7) adatpár általában nem lesz megfelelő.

Megjegyzések:

M1. A (6) korlátozó feltételekkel korábban ebben a formában még nem találkoztunk.

M2. Az 1. ábráról leolvasható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha \neq \frac{h}{l} , \quad (8)$$

ahol:

$\sim h$: a leküzdendő szintkülönbség;

$\sim l$: a lépcsőkar hossza, amelyre az 1. ábráról is leolvashatóan fennáll – [2] –, hogy

$$l = (n-1) \cdot sz , \quad (9)$$

ahol n : a fellépések száma. Az 1. ábra esetében: $n = 3$.

Könnyen látható az is – [1] –, hogy

$$h = n \cdot m . \quad (10)$$

Most az (1), (9) és (10) képletekkel kapjuk, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{sz} = \frac{\frac{h}{n}}{\frac{l}{n-1}} = \frac{h}{l} \cdot \frac{n-1}{n} ,$$

tehát:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{h}{l} , \quad (11)$$

ami igazolja a (8) összefüggést. (11) -ből látható, hogy $n \rightarrow \infty$ esetén (8) -ban egyenlőség áll elő:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{h}{l} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{h}{l} = \frac{h}{l} . \quad (12)$$

Irodalom:

[1] – **Szerényi István ~ Schisler Attila**: Építőipari szakmai számítások II.
(szakipari munkák)

Szega Books Kft., Pécs, 2006.

[2] – **Széll László**: Magasépítéstan I. kötet
Tankönyvkiadó, Budapest, 1957.

[3] – Szerk. **Michael Hellmuth**: Bautechnik nach Lernfeldern für Zimmerer
„ Grundlagen, Formeln, Tabellen, Verbrauchswerte”
2. Auflage, Verlag EUROPA - Lehrmittel, Nourney, 2010.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2014. március 31.