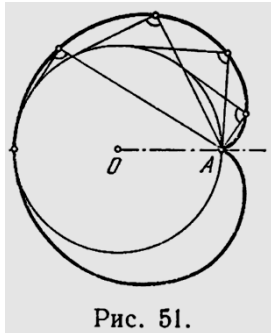


Kardioid

Az [1] műben találtuk az alábbi feladatot – 1. ábra.

4. Составить уравнение в полярных координатах геометрического места оснований перпендикуляров, опущенных из точки A окружности на ее касательные (кардиоида, рис. 51). Принять за полюс точку A , а за полярную ось — продолжение радиуса OA .



4. $\rho = R(1 - \cos \theta)$, где R — радиус окруж-

1. ábra – forrása: [1]

A feladat

Állítsuk fel azon pontok mértani helyének polárkoordinátás egyenletét, melyek az R sugarú kör tetszőleges pontjában húzott érintő, valamint a kör egy A pontjából erre állított merőleges egyenes metszéspontjai! Legyen a pólus az A pont, a polártengely pedig az OA sugár meghosszabbítása!

A megoldás

Ehhez tekintsük a 2. ábrát!

Eszerint:

$$\rho = \overline{OK} - \overline{OB} = R - R \cdot \cos \theta = R \cdot (1 - \cos \theta), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\rho(\theta) = R \cdot (1 - \cos \theta)}}. \quad (1)$$

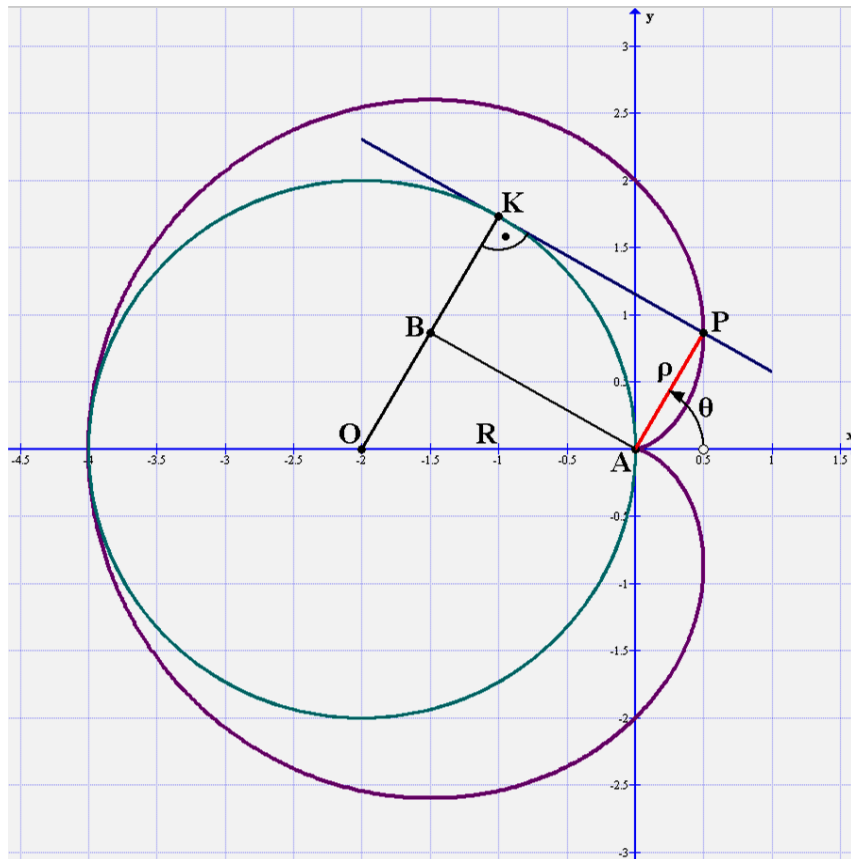
Ez megegyezik az 1. ábrán közölt megoldással.

[2] - ben a kardioidra egy

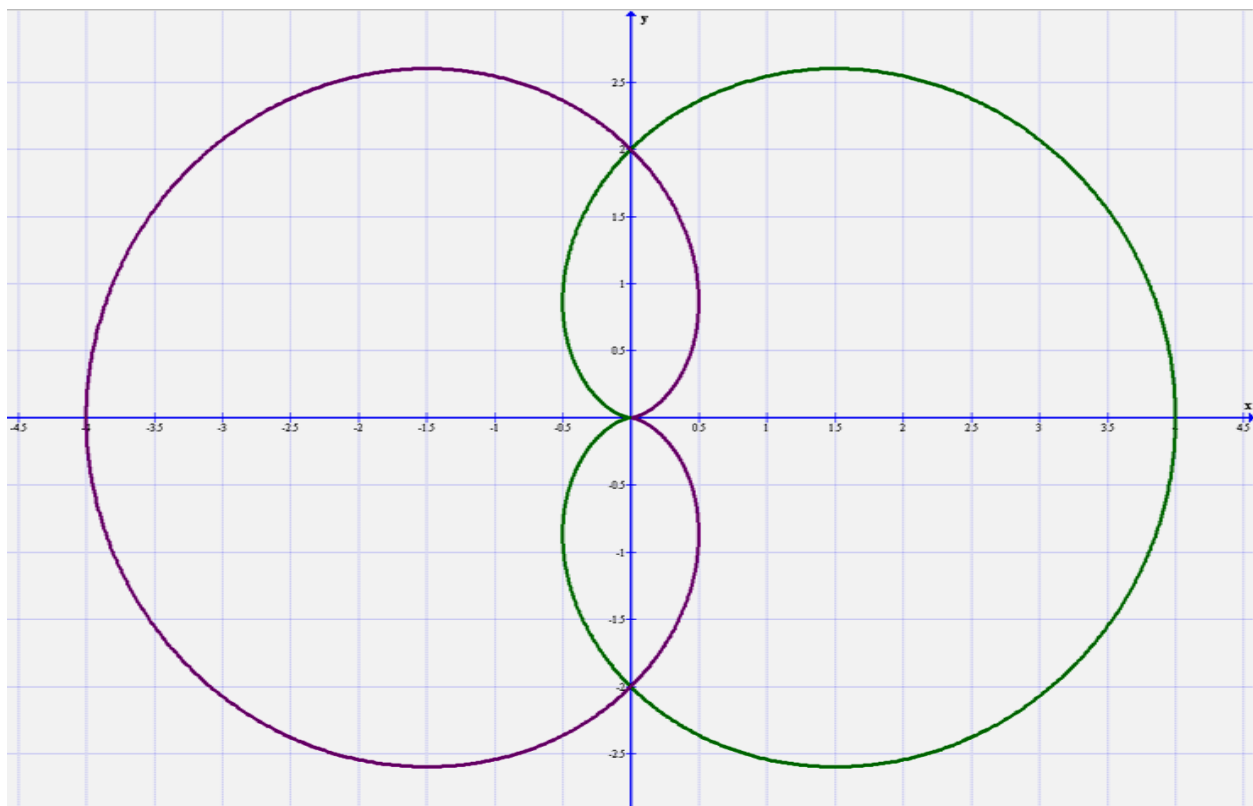
$$\rho(\theta) = R \cdot (1 + \cos \theta) \quad (2)$$

alakú kifejezést találtunk. A 3. ábrán együtt ábrázoltuk a „kétféle” kardioidot. Ezek egymás tükörképei az y tengelyre.

E jelenség magyarázatát az érdeklődő Olvasóra bízunk.



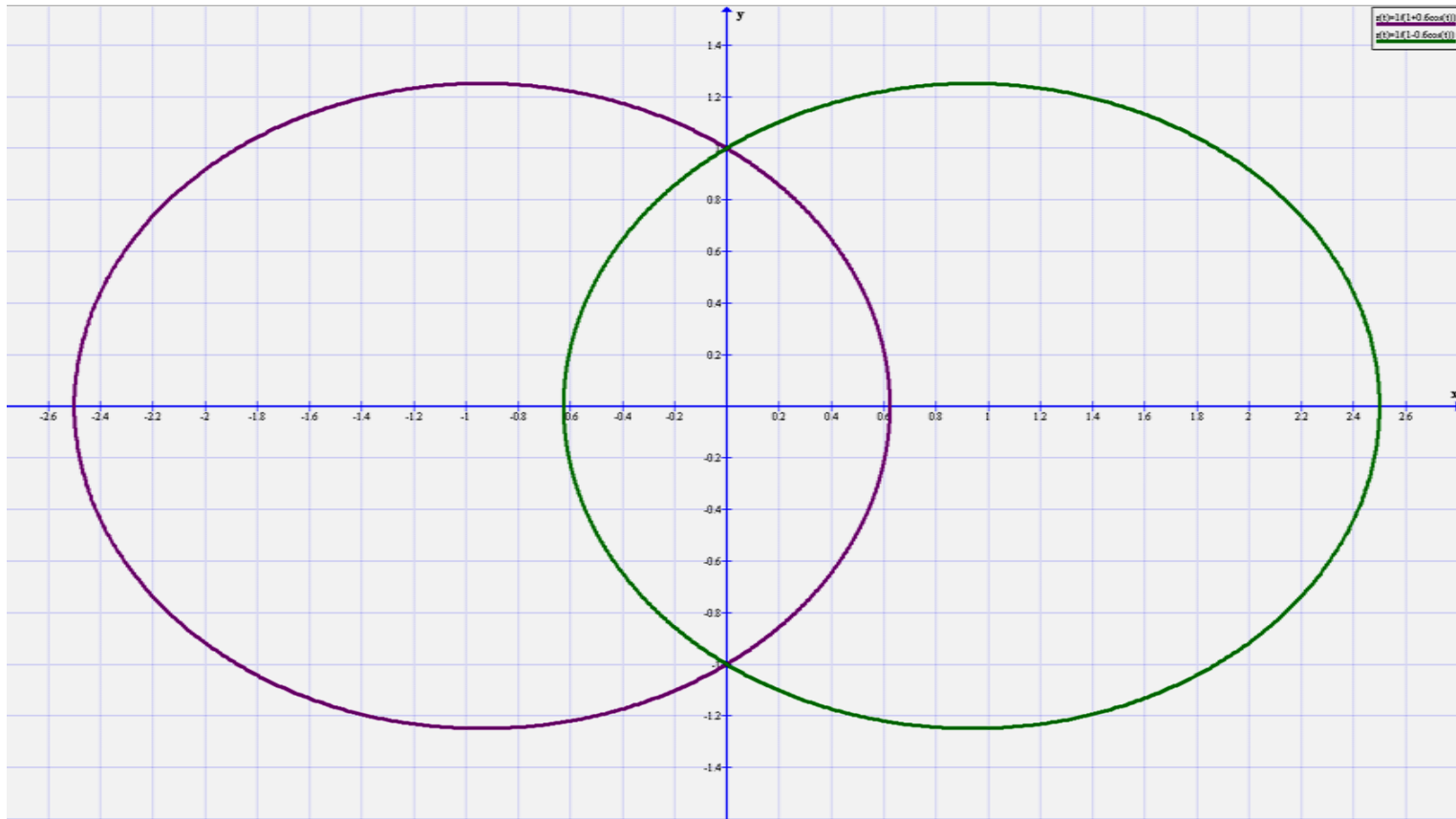
2. ábra



3. ábra

Most megismerkedtünk a kardioiddal, mint mértani hellyel. Jó ezt tudni róla.

A 3. ábra kapcsán említett jelenséghez hasonlóval az ellipszisenél is találkoztunk – 4. ábra.



4. ábra

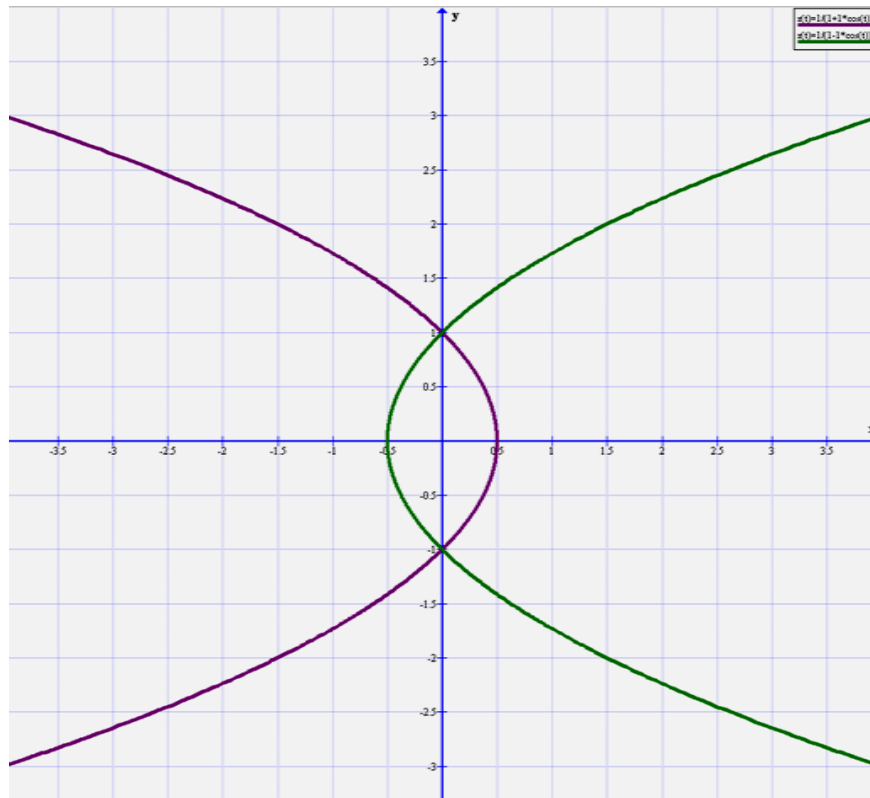
Itt a két ellipszis fokális polárkoordinátás egyenlete:

$$\rho(\theta) = \frac{p}{1 \pm e \cdot \cos \theta}, \quad 0 \leq e < 1. \quad (3)$$

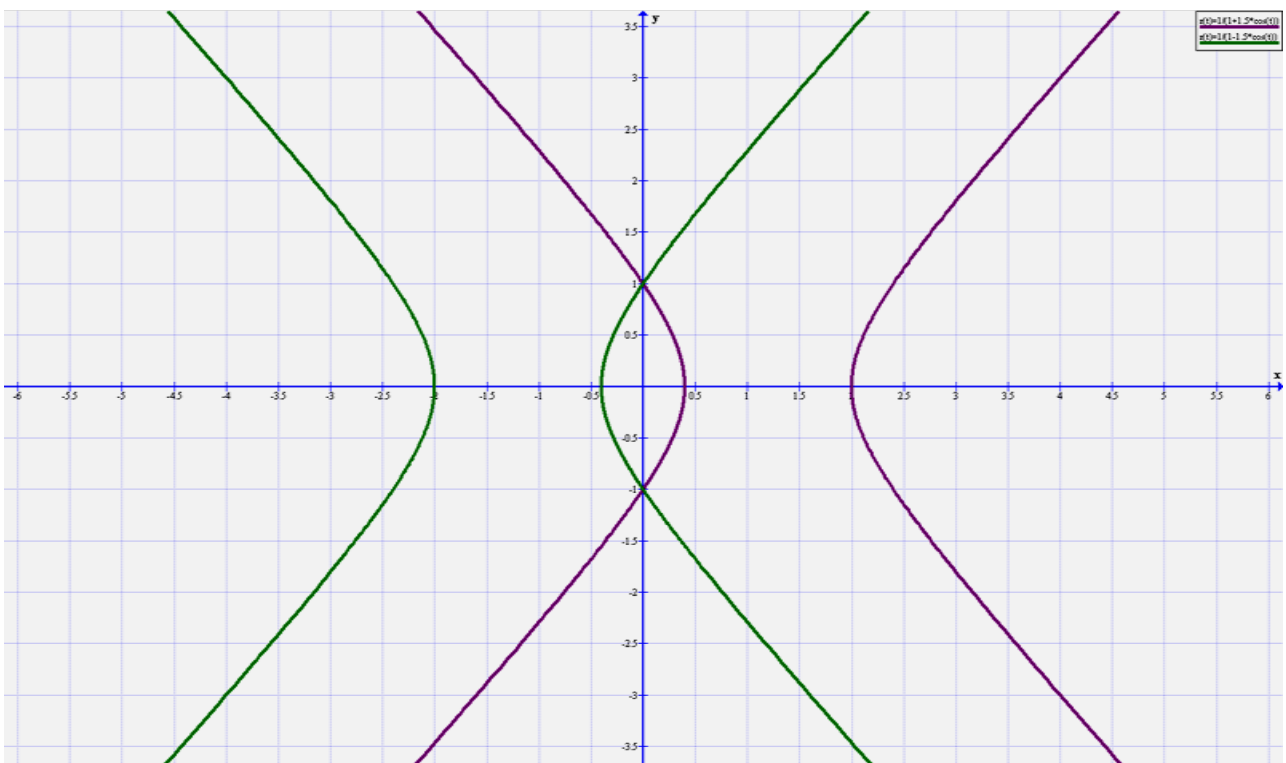
Teljesen hasonló a helyzet, ha

~ $e = 1$: parabola – 5. ábra,

~ $e > 1$: hiperbola – 6. ábra.



5. ábra



6. ábra

Források:

[1] – **A. V. Pogorjelov**: Geometrija
„Nauka”, Moszkva, 1983.

[2] – **I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev**: Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Szódliget, 2020. 04. 12.