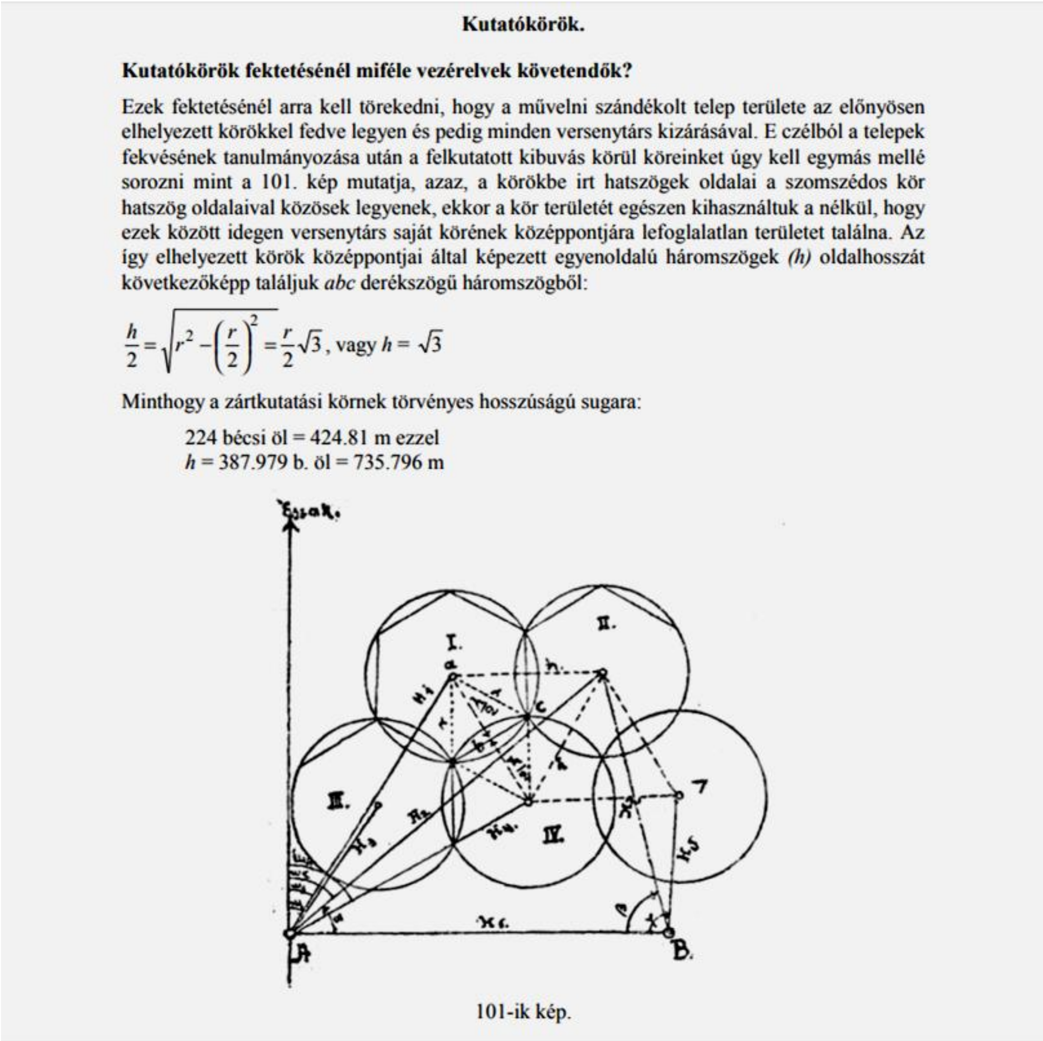
Bánya

Az interneten találtuk az [1] művet, benne az alábbi szövegrésszel – 1. ábra.



Kutatókörök.

Kutatókörök fektetésénél miféle vezérelvek követendők?

Ezek fektetésénél arra kell törekedni, hogy a művelni szándékolt telep területe az előnyösen elhelyezett körökkel fedve legyen és pedig minden versenytárs kizárásával. E célból a telepek fekvésének tanulmányozása után a felkutatott kibuvás körül köreinket úgy kell egymás mellé sorozni mint a 101. kép mutatja, azaz, a körökbe irt hatszögek oldalai a szomszédos kör hatszög oldalaival közösek legyenek, ekkor a kör területét egészen kihasználtuk a nélkül, hogy ezek között idegen versenytárs saját körének középpontjára lefoglalatlan területet találna. Az így elhelyezett körök középpontjai által képezett egyenoldalú háromszögek *(h)* oldalhosszát következőképp találjuk *abc* derékszögű háromszögből:

$$\frac{h}{2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{r}{2}\sqrt{3}\text{, vagy } h = \sqrt{3}$$

Minthogy a zártkutatási körnek törvényes hosszúságú sugara:

224 bécsi öl = 424.81 m ezzel
h = 387.979 b. öl = 735.796 m

101-ik kép.

1. ábra – forrása: [1]

Erről az jutott eszünkbe, hogy: *Mekkora lehet az* **r** *sugarú körök által lefedett terület?* Most ezt határozzuk meg.

Az ábra adottságai szerint van 5 darab kör, melyek 7 darab hatszögoldal mentén érintkez - nek. Mivel egy körhöz csak annyi terület tartozik, amennyi az érintkezési hatszögoldalak vonaláig terjed, ezért a másik körbe nyúló szeletek területei levonandók a kör területéből. Eszerint – mivel mindegyik érintkezési hatszögoldal mentén 2 darab átnyúlás van – :

$$T_{össz} = 5 \cdot T_{kör} - 14 \cdot T_{körszelet} \quad . \qquad (1)$$

Egy kör területe:

$$T_{kör} = r^2 \cdot \pi \,. \tag{2}$$

Egy körszelet területe:

$$T_{körszelet} = T_{körcikk} - T_{háromszög} \,. \tag{3}$$

Egy körcikk területe a kör területének egyhatoda:

$$T_{körcikk} = \frac{r^2 \cdot \pi}{6} \,. \tag{4}$$

Egy ***r*** oldalú szabályos háromszög területe:

$$T_{háromszög} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot r^2 \,. \tag{5}$$

Most (3), (4) és (5) - tel:

$$T_{körszelet} = \frac{r^2 \cdot \pi}{6} - \frac{\sqrt{3} \cdot r^2}{4} \,. \tag{6}$$

Majd a fentiekkel:

$$\begin{aligned} T_{össz} &= 5 \cdot T_{kör} - 14 \cdot T_{körszelet} = 5 \cdot r^2 \cdot \pi - 14 \cdot \left(\frac{r^2 \cdot \pi}{6} - \frac{\sqrt{3} \cdot r^2}{4}\right) = \\ &= r^2 \cdot \left(5 \cdot \pi - 14 \cdot \frac{\pi}{6} + 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = r^2 \cdot \left[\frac{\pi}{6} \cdot (30 - 14) + 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right] = \\ &= r^2 \cdot \left(\frac{\pi}{6} \cdot 16 + 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = r^2 \cdot \left(\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}\right), \quad \text{tehát:} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{T_{össz} = r^2 \cdot \left(\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}\right) \approx 14{,}440 \cdot r^2.}} \tag{7}$$

Arra is kíváncsiak vagyunk, hogy mekkora százalékos hibát követünk el, ha nem vesszük figyelembe az átfedéseket. Ennek képlete:

$$\delta_{\%} = \frac{T_{átfedés}}{T_{össz}} \cdot 100 = \frac{5 \cdot T_{kör} - T_{össz}}{T_{össz}} \cdot 100 = \left(\frac{5 \cdot T_{kör}}{T_{össz}} - 1\right) \cdot 100 = \left[\frac{5 \cdot r^2 \cdot \pi}{r^2 \cdot \left(\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}\right)} - 1\right] \cdot 100 =$$

$$= \left(\frac{5 \cdot \pi}{\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}} - 1\right) \cdot 100 = \frac{5 \cdot \pi - \frac{8}{3} \cdot \pi - \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}}{\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{\frac{7}{3} \cdot \pi - \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}}{\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}} \cdot 100\,\% \,,$$

tehát:

$$\underline{\delta_{\%} = \frac{\frac{7}{3} \cdot \pi - \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}}{\frac{8}{3} \cdot \pi + \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}} \cdot 100\,\% \approx 8{,}783\,\% \,.} \tag{8}$$

Ezzel feladatunkat megoldottuk.

Megjegyzések:

M1. Az 1. ábra szövegében helyesen: $h = \sqrt{3} \cdot r$.

M2. Érdemes pontosan számolni, mert a terület - képletekben a sugár igencsak nagy, közel 425 m, az 1. ábra szövege szerint.

M3. Ennél a feladatnál is megjelent a méhsejtszerű síklefedés.
A méhek biztosan tudnak valamit...

Forrás:

[1] – ***Csia Ignác***: Bányaméréstan
SELMECZBÁNYA, JOERGES ÁGOST ÖZV. ÉS FIA KIADÁSA, 1904.
vagy:
https://mek.oszk.hu/03400/03479/03479.pdf

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2020. 07. 29.

Továbbiak: https://galgoczi.net/